

# コンプトン効果

野澤恵理花<sup>1</sup>

共同実験者

ORさん

## 実験日時

|         |     |      |           |   |                    |
|---------|-----|------|-----------|---|--------------------|
| 平成 26 年 | 5 月 | 19 日 | 13 時 20 分 | ~ | 16 時 52 分          |
| 平成 26 年 | 5 月 | 26 日 | 13 時 20 分 | ~ | 17 時 15 分          |
| 平成 26 年 | 6 月 | 2 日  | 13 時 20 分 | ~ | 17 時 37 分          |
| 平成 26 年 | 6 月 | 9 日  | 13 時 20 分 | ~ | 16 時 30 分 (解析及び議論) |

## 要旨

コンプトン散乱は、1923 年、アーサー・コンプトンの実験により確かめられ、アインシュタインの光量子仮説を証明することになった。本実験では、コンプトン散乱の過程を理解し、 $\gamma$  線計測技術を身につけるために、 $^{137}\text{Cs}$  による散乱  $\gamma$  線のエネルギースペクトルを測定する。得られたスペクトルから、コンプトン散乱による散乱  $\gamma$  線のエネルギーの散乱角度依存性を確かめ、散乱  $\gamma$  線のエネルギーとエネルギースペクトル中のフォトピークの半値幅との関係、散乱角とフォトピークの散乱強度との関係などについて考察する。

---

<sup>1</sup>g1220217@edu.cc.ocha.ac.jp

# 1 序論

コンプトン散乱<sup>[1][2][3]</sup>とは、物質に入射された電磁波の波長が、散乱後に元の波長より長くなる現象であり、物質内の電子に光子がエネルギーを与えることによって生じる。

1905年、アインシュタインは光量子仮説を提唱し、光が粒子としての性質を有することを明らかにした。その中で、光子のエネルギーは $h\nu$ と表され、光電効果が理論的に説明された。さらに、アインシュタインは光子の運動量が $h/\lambda$ で表されると予想したが、1923年、アーサー・コンプトンにより行われたコンプトン散乱の実験が、この予想の正しさを証明した。

最近では、コンプトン散乱を効率良く利用し、高精度で $\gamma$ 線を測定するコンプトンカメラが開発され、宇宙からやって来る $\gamma$ 線を観測するための $\gamma$ 線望遠鏡や、放射性物質の分布を可視化するための超広角コンプトンカメラ(図1)など、様々な分野への応用が始まっている。特に、東日本大震災に伴う原子力発電所の事故では、 $^{134}\text{Cs}$ 、 $^{137}\text{Cs}$ などの放射性物質の分布の可視化において、その有用性が示されている<sup>[4]</sup>。

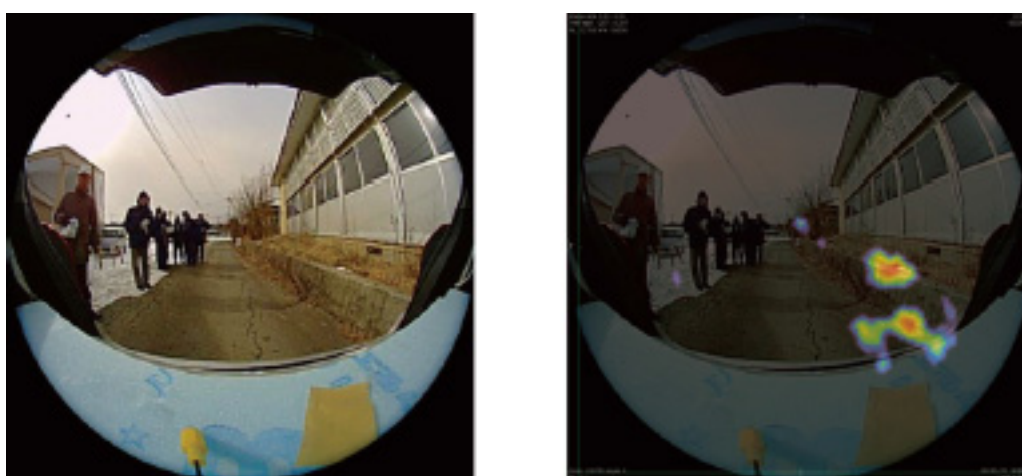


図1: 左は魚眼レンズを付けたカメラ、右は超広角コンプトンカメラで撮影した画像。 $^{134}\text{Cs}$ 、 $^{137}\text{Cs}$ から直接放出される605, 662, 796, 802[keV]から再構成されたガンマ線の強度(フラックス)分布。分布の中心に向かうほど強度が高い。サーベイメータの測定では中心の場所で地上1[cm]の強度が約30[ $\mu\text{Sv/h}$ ]、またカメラの付近における環境バックグラウンドは約3[ $\mu\text{Sv/h}$ ]であった(文献[4]より転載)。

本実験では、コンプトン散乱の過程を理解し、 $\gamma$ 線計測技術を身につけるために、 $^{137}\text{Cs}$ による散乱 $\gamma$ 線のエネルギースペクトルを測定する。得られたスペクトルから、コンプトン散乱による散乱 $\gamma$ 線のエネルギーの散乱角度依存性を確かめ、散乱 $\gamma$ 線のエネルギーとエネルギースペクトル中のフォトピークの半値幅との関係、散乱角とフォトピークの散乱強度との関係などについて考察する。

## 2 原理

### 2.1 $\gamma$ 線

$\gamma$ 線<sup>[1][5]</sup>とは放射線の一種であり、原子核の状態遷移により発生する電磁波のことを指す。原子核が高いエネルギー準位から低いエネルギー準位に遷移するとき、余分なエネルギーが $\gamma$ 線として放出される。本実験では、 $\gamma$ 線源として $^{137}\text{Cs}$ を用いた。図2に、 $^{137}\text{Cs}$ の壊変図を示す。 $^{137}\text{Cs}$ はベータ崩壊により大部分が準安定同位体 $^{137m}\text{Ba}$ となる。 $^{137m}\text{Ba}$ は核異性体転移により $\gamma$ 線を放出しながら安定な $^{137}\text{Ba}$ とな

る。図 3 に、 $^{137}\text{Cs}$  のエネルギースペクトルを示す。図 3 において、左のピークが  $32[\text{keV}]$  の  $\text{BaK}\alpha$  線、右のピークが  $662[\text{keV}]$  のフォトピーク、2 つのピークに挟まれる領域のスペクトルが、コンプトン散乱に由来する。フォトピーク手前のエッジをコンプトンエッジと言う。

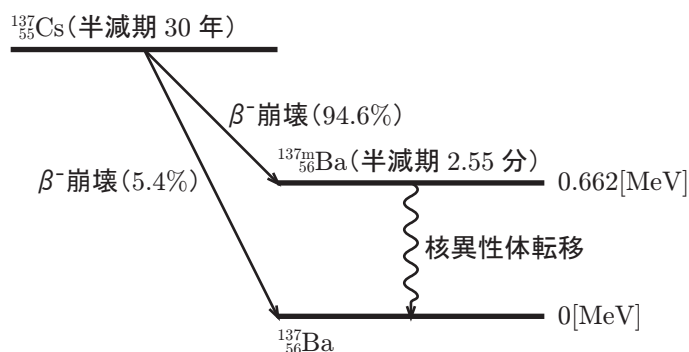


図 2:  $^{137}\text{Cs}$  の壊変図。

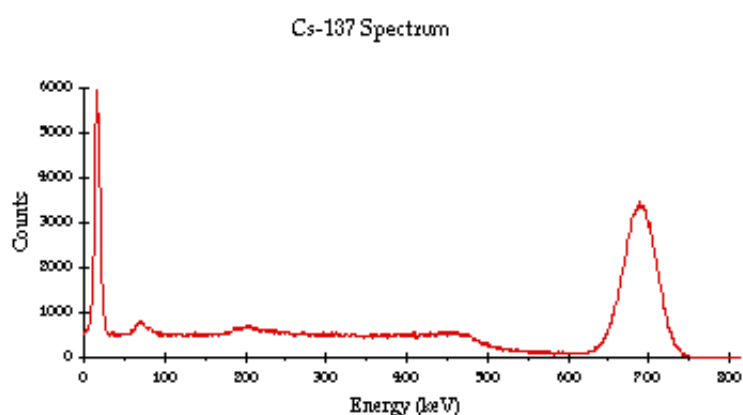


図 3:  $^{137}\text{Cs}$  のエネルギースペクトル。

## 2.2 コンプトン散乱

物質に  $\gamma$  線を入射すると、入射波長より長い波長の  $\gamma$  線が散乱される。この現象をコンプトン散乱<sup>[1][2][3]</sup>と言う。これは、入射  $\gamma$  線が、物質中の電子と衝突し、電子にエネルギーを奪われることで生じる現象である。図 4 に、コンプトン散乱の過程を模式的に表す。

図 4 に示したように、波長  $\lambda$  の入射  $\gamma$  線が質量  $m_e$  の静止電子に衝突すると、波長  $\lambda'$  の  $\gamma$  線が散乱角  $\theta$  方向に散乱され、換算質量  $m'_e$ 、速度  $v$  の電子が散乱角  $\phi$  方向に散乱される。このとき、入射  $\gamma$  線の波長  $\lambda$  と散乱  $\gamma$  線の波長  $\lambda'$  との間に、どのような関係が成り立つのであろうか。散乱前の  $\gamma$  線光子のエネルギーを  $E$ 、運動量を  $p$ 、電子のエネルギーを  $E_e$ 、運動量を  $p_e$  とし、散乱後の  $\gamma$  線光子のエネルギーを  $E'$ 、運動量を  $p'$ 、電子のエネルギーを  $E'_e$ 、運動量を  $p'_e$  とすると、

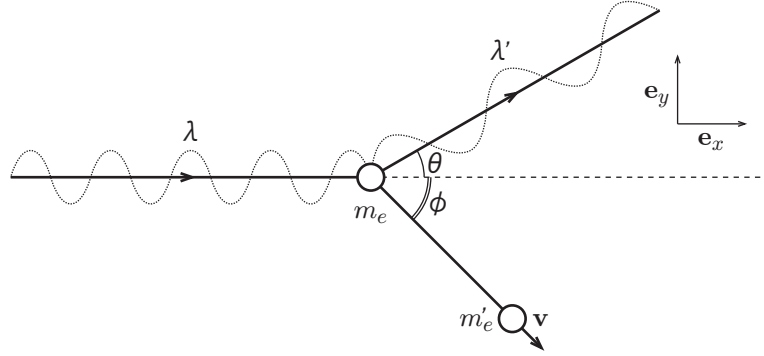


図 4: コンプトン散乱の様子。ここで、 $\gamma$  線の入射する  $e_x$  方向を  $x$  軸とし、それに垂直な  $e_y$  方向を  $y$  軸とした。また、 $\lambda$  は入射  $\gamma$  線の波長、 $\lambda'$  は散乱  $\gamma$  線の波長、 $\theta$  は  $\gamma$  線の散乱角、 $m_e$  は電子の静止質量、 $m'_e$  は電子の換算質量、 $\mathbf{v}$  は電子の速度、 $\phi$  は電子の散乱角である。

散乱前：

$$\gamma \text{線} : E = h \frac{c}{\lambda}, \quad \mathbf{p} = \frac{h}{\lambda} \mathbf{e}_x \quad (1)$$

$$\text{電子} : E_e = m_e c^2, \quad \mathbf{p}_e = \mathbf{0} \quad (2)$$

散乱後：

$$\gamma \text{線} : E' = h \frac{c}{\lambda'}, \quad \mathbf{p}' = \frac{h}{\lambda'} (\cos \theta \mathbf{e}_x + \sin \theta \mathbf{e}_y) \quad (3)$$

$$\text{電子} : E'_e = m'_e c^2 = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} = \sqrt{m_e^2 c^4 + p_e'^2 c^2}, \quad \mathbf{p}'_e = m'_e \mathbf{v} = \frac{m_e v}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} (\cos \phi \mathbf{e}_x + \sin \phi \mathbf{e}_y) \quad (4)$$

となる。ここで、 $h$  はプランク定数、 $c$  は光速である。また、式 (4) において、

$$\left\{ \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \right\}^2 = \frac{m_e^2 c^4 \left\{ 1 - (\frac{v}{c})^2 \right\} + m_e^2 v^2 c^2}{1 - (\frac{v}{c})^2} = m_e^2 c^4 + \frac{m_e^2 v^2}{1 - (\frac{v}{c})^2} c^2 = m_e^2 c^4 + p_e'^2 c^2 \quad (5)$$

を用いた。運動量保存則から、

$$\begin{aligned} (\mathbf{p}' + \mathbf{p}'_e) - (\mathbf{p} + \mathbf{p}_e) &= \frac{h}{\lambda'} (\cos \theta \mathbf{e}_x + \sin \theta \mathbf{e}_y) + \frac{m_e v}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} (\cos \phi \mathbf{e}_x + \sin \phi \mathbf{e}_y) - \frac{h}{\lambda} \mathbf{e}_x \\ &= \left( \frac{h}{\lambda'} \cos \theta + \frac{m_e v}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \cos \phi - \frac{h}{\lambda} \right) \mathbf{e}_x + \left( \frac{h}{\lambda'} \sin \theta + \frac{m_e v}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \sin \phi \right) \mathbf{e}_y = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m_e v}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \cos \phi = \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \cos \theta = h \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \cos \theta \right) \\ \frac{m_e v}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \sin \phi = -\frac{h}{\lambda'} \sin \theta \end{cases} \quad (7)$$

となる。式 (4)、式 (7) より、

$$p_e'^2 = \left\{ \frac{m_e v}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \right\}^2 = h^2 \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \cos \theta \right)^2 + \left( \frac{h}{\lambda'} \sin \theta \right)^2 = h^2 \left( \frac{1}{\lambda^2} - \frac{2}{\lambda \lambda'} \cos \theta + \frac{1}{\lambda'^2} \right) \quad (8)$$

を得る。エネルギー保存則から、

$$(E' + E_e) - (E + E_e) = \left( h \frac{c}{\lambda'} + \sqrt{m_e^2 c^4 + p_e'^2 c^2} \right) - \left( h \frac{c}{\lambda} + m_e c^2 \right) = 0 \quad (9)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m_e^2 c^4 + p_e'^2 c^2} = h \frac{c}{\lambda} + m_e c^2 - h \frac{c}{\lambda'} \quad (10)$$

となる。式 (10) の両辺を二乗して、

$$\begin{aligned} m_e^2 c^4 + p_e'^2 c^2 &= \left( h \frac{c}{\lambda} + m_e c^2 - h \frac{c}{\lambda'} \right)^2 \\ &= \left( h \frac{c}{\lambda} \right)^2 + (m_e c^2)^2 + \left( h \frac{c}{\lambda'} \right)^2 + 2h m_e c^3 \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) - 2h^2 c^2 \frac{1}{\lambda \lambda'} \end{aligned} \quad (11)$$

となる。式 (8)、式 (11) より、

$$\begin{aligned} m_e^2 c^4 + h^2 \left( \frac{1}{\lambda^2} - \frac{2}{\lambda \lambda'} \cos \theta + \frac{1}{\lambda'^2} \right) c^2 \\ = \left( h \frac{c}{\lambda} \right)^2 + (m_e c^2)^2 + \left( h \frac{c}{\lambda'} \right)^2 + 2h m_e c^3 \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) - 2h^2 c^2 \frac{1}{\lambda \lambda'} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\Leftrightarrow m_e c \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = \frac{h}{\lambda \lambda'} (1 - \cos \theta) \quad (13)$$

式 (13) の両辺に  $\lambda \lambda' / m_e c$  をかけて、

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad (14)$$

を得る。式 (14) から、散乱前後の  $\gamma$  線の波長の差  $\lambda' - \lambda$  は、 $\gamma$  線の散乱角  $\theta$  に依存することが分かる。この結果を用いて、散乱後の  $\gamma$  線光子のエネルギー  $E'$ 、電子のエネルギー  $E_e'$  を求める。式 (1)、式 (3)、式 (14) より、

$$E' = h \frac{c}{\lambda + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)} = \frac{h \frac{c}{\lambda}}{1 + \frac{h \frac{c}{\lambda}}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} = \frac{E}{1 + \frac{E}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (15)$$

となる。また、式 (2)、式 (9)、式 (14) より、

$$E_e' = (E + E_e) - E' = E + m_e c^2 - \frac{E}{1 + \frac{E}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (16)$$

となる。式 (15)、式 (16) から、 $E'$ 、 $E_e'$  も散乱角  $\theta$  に依存することが分かる。図 5 に、 $E = 662[\text{keV}]$  としたときの、 $\theta[^\circ]$  に対する  $E'[\text{keV}]$ 、 $E_e'[\text{keV}]$  の様子を示す。ここで、横軸を  $\theta[^\circ]$ 、縦軸を  $E'$ 、 $E_e'[\text{keV}]$  とした。青い曲線は  $E'$ 、赤い曲線は  $E_e'$  である。

また、コンプトン散乱の強度を表すものとして、散乱断面積がある。コンプトン散乱における微分散断面積  $d\sigma/d\Omega$  は、クライン=仁科の式<sup>[6]</sup>により、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \alpha^2 r_c^2 P(E, \theta)^2 (P(E, \theta) + P(E, \theta)^{-1} - 1 + \cos^2(\theta)) \quad (17)$$

と与えられる。ここで、 $\alpha$  は微細構造定数、 $r_c$  は電子の半径、 $P(E, \theta)$  は散乱前後の  $\gamma$  線光子の割合であり、

$$r_c = \frac{\hbar}{m_e c} \quad (18)$$

$$P(E, \theta) = \frac{1}{1 + \frac{E}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (19)$$

である。

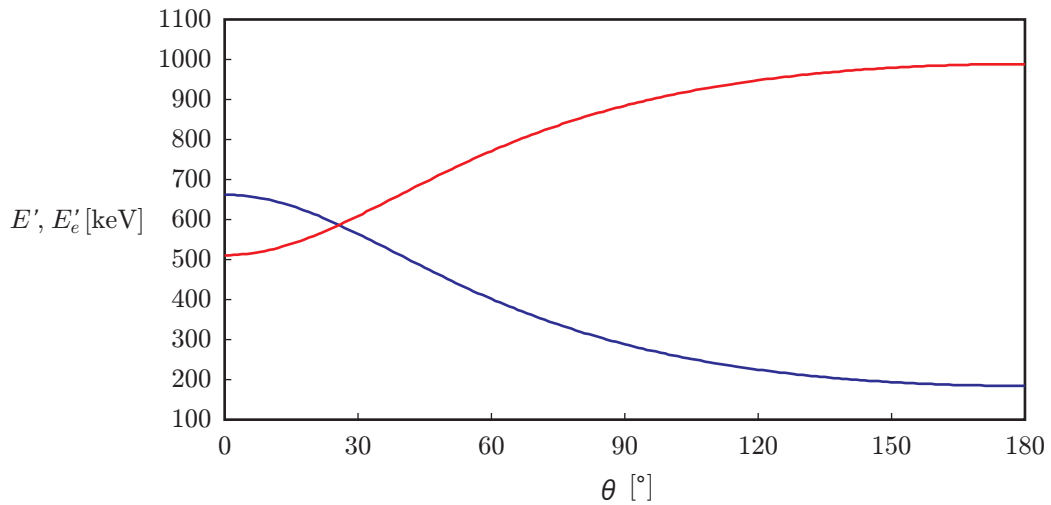


図 5: 散乱角  $\theta$  [°] に対する散乱後の  $\gamma$  線のエネルギー  $E'$  [keV]、電子のエネルギー  $E'_e$  [keV] の様子。ここで、散乱前の  $\gamma$  線のエネルギー  $E$  を  $E = 662$  [keV] とした。横軸は散乱角  $\theta$  [°]、縦軸はエネルギー [keV] である。青い曲線は  $E'$ 、赤い曲線は  $E'_e$  を示す。

### 3 装置

図 6 に、装置構成図を示す。また、図 7 に、各装置における信号処理の様子を示す。図 6 に示したように、装置は、(a)  $\gamma$  線源、(b) NaI(Tl) シンチレーション検出器、(c) 検出器用高圧電源、(d) 検出器電源、(e) マルチチャンネルアナライザー (MCA)、(f) シンクロスコープ、(g) コンピュータから成る。 $\gamma$  線源から放出された  $\gamma$  線は、NaI(Tl) シンチレーション検出器に入射する。NaI(Tl) シンチレーション検出器において、入射  $\gamma$  線は可視光線、可視光線は光電子に変換・増倍され、電圧パルス (図 7(a)) としてマルチチャンネルアナライザー (MCA) に送られる。MCA において、電圧パルスは増幅された後 (図 7(b))、波高分析によりパルスの大きさごとに分別・計数され (図 7(d))、コンピュータに送られる。コンピュータにおいて、電圧パルスの大きさごとに計数された結果 (図 7(e)) が表示される。

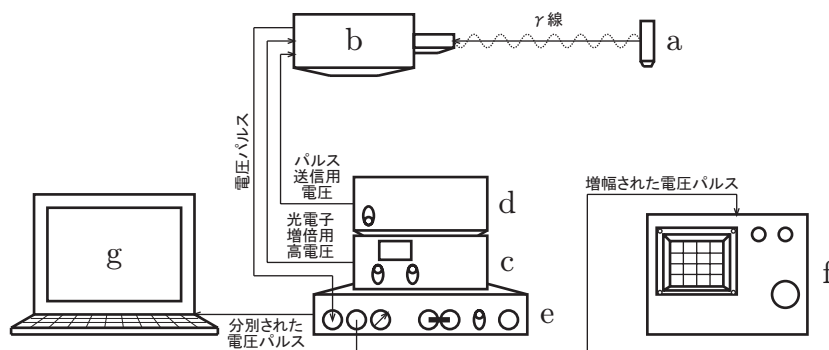


図 6: 装置構成図。装置は、(a)  $\gamma$  線源、(b) NaI(Tl) シンチレーション検出器、(c) 検出器用高圧電源、(d) 検出器電源、(e) マルチチャンネルアナライザー (MCA)、(f) シンクロスコープ、(g) コンピュータから成る。

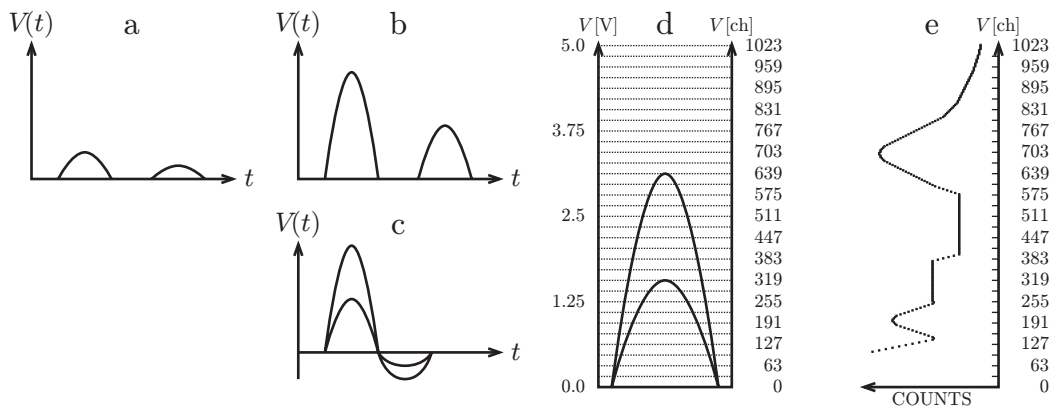


図 7: 信号処理の様子。信号処理は、(a) 電圧パルスの生成、(b) 電圧パルスの増幅、(c) シンクロスコープ上での電圧パルスの表示、(d) 電圧パルスの大きさごとの分別、(e) 電圧パルスの大きさごとの計数結果の表示から成る。

### 3.1 $\gamma$ 線源

本実験では、 $\gamma$  線源として  $^{137}\text{Cs}$  を用いた。図 8 に、 $\gamma$  線源  $^{137}\text{Cs}$  の取り付け図を示す。図 8 から分かるように、 $^{137}\text{Cs}$  は鉛ブロック内に取り付けられている。この鉛ブロックに接する別の鉛ブロックには、直径 6mm の穴が開いており、その穴の先には、2 枚の鉛ブロックから成るシャッターがある。シャッターを開ける（ハンドルを回し、2 つの赤い矢印の先端を一致させる）ことで、 $\gamma$  線が放出される。

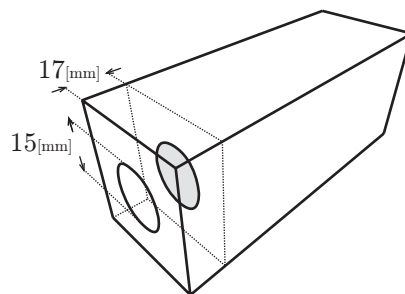


図 8:  $\gamma$  線源  $^{137}\text{Cs}$  の取り付け図。ここで、灰色の円が  $\gamma$  線源である。

### 3.2 NaI(Tl) シンチレーション検出器

散乱  $\gamma$  線は、NaI(Tl) シンチレーション検出器において電圧パルスに変換される。図 9 に、NaI(Tl) シンチレーション検出器の原理図を示す。

#### (a) NaI(Tl) シンチレータ

NaI(Tl) シンチレータは、 $\gamma$  線を可視光線（蛍光光子）に変換する（図 9(a)）。 $\gamma$  線がシンチレータ

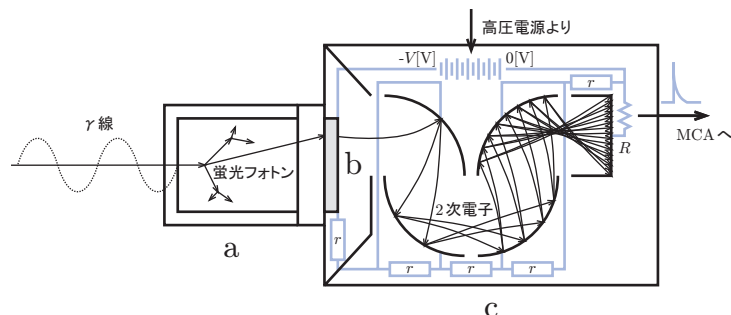


図 9: NaI(Tl) シンチレーション検出器原理図。装置は、(a)NaI(Tl) シンチレータ、(b) 光電面、(c) 光電子増倍管から成る。

に入射すると、 $\gamma$  線は NaI(Tl) 結晶内の電子を励起し、電子は運動エネルギーを得て、原子軌道から飛び出す。光電効果により電子が励起された場合、電子は  $\gamma$  線のエネルギーを全て吸収する。また、コンプトン効果により電子が励起された場合、電子は  $\gamma$  線のエネルギーの一部を吸収する。飛び出した電子は、他の電子と衝突を繰り返し、運動エネルギーを他の電子へと与え、他の電子を励起させる。これらの励起された電子は、元のエネルギー準位に戻るとき、余分なエネルギーを可視光線として放出する。放出される可視光線（蛍光フォトン）の数は、電子の持つ運動エネルギーに比例し、入射  $\gamma$  線のエネルギーに比例する。

### (b) 光電面

光電面は、蛍光フォトンが光電子に変換する（図 9(b)）。蛍光フォトンが光電面に入射すると、光電効果により電子（光電子）が飛び出す。光電子の数は、入射する蛍光フォトンの数に比例する。飛び出した光電子は、光電面にかかる負の高電圧  $-V$  により加速され、光電子増倍管に入る。

### (c) 光電子増倍管

光電子増倍管は、光電子を増倍させ、電圧パルスに変換する（図 9(c)）。その構造は、抵抗  $r$  により繋が合わされた多数のダイノードからなり、ダイノードの両端に位置する光電面と陽極には高圧電源が接続されている（図 9(c) 薄い青の線）。電子は、ダイノードの負電圧により、隣接するダイノードへ向かって加速・衝突することで、複数の二次電子を放出する。この過程の繰り返しにより、大量の電子が生じる。例えば、ダイノードの枚数を 10 枚、1 つの電子の衝突により二次電子が 4 つ飛び出すとすると、 $4^{10} \sim 10^6$  個程度の電子が生じる。大量の電子は、最終的に陽極に達し、陽極にかかる抵抗  $R$  によって、電圧パルスとなる。電圧パルスは、光電子増倍管に接続された同軸ケーブルを通して MCA へと送られる。

## 3.3 マルチチャンネルアナライザー（MCA）

本実験では、アンプ内蔵型の MCA を用いた。MCA は、検出器から送られた電圧パルスを増幅し、その大きさごとに 1024 個のチャンネルに振り分け、各チャンネルごとの電圧パルスを計数する。本実験で用いた MCA では、パルス電圧の最大値は 5V であり、0V ~ 5V を 1024 分割（0ch ~ 1023ch）している。



### 3.4 コンピュータ

MCA で計数した各チャンネルごとのパルス数は、コンピュータ上に表示される。本実験では、エネルギー分析用プログラムとして hemca を用いた。hemca のオンラインアプリケーションでは、各試料のエネルギースペクトルを測定できる。測定されたスペクトルは、横軸をチャンネル (CHANNEL)、縦軸をパルス数 (COUNTS) として表示される。hemca のオフラインアプリケーション (図 10) では、得られたスペクトルを解析できる。スペクトル上のカーソルマーカの位置を移動することで、スペクトルの各チャンネルにおけるパルス数を読み取ることができる。また、RANGE ボタンにより、縦軸オートレンジのオン/オフの切り替え、INTEGRAL ボタンにより、カーソルマーカ位置からのパルス数の総和を求めることができる。

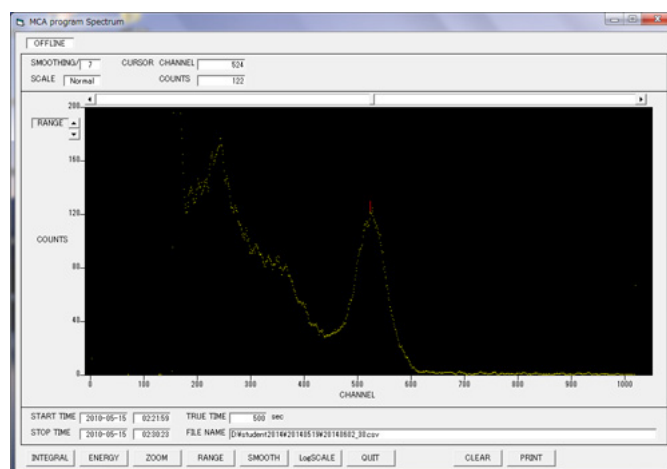


図 10: エネルギー分析用プログラム hemca のオフラインアプリケーション。オフラインアプリケーションでは、エネルギースペクトルを解析できる。

## 4 実験手順

本実験では、

1.  $^{137}\text{Cs}$  のスペクトル測定
2. エネルギー較正
3. コンプトン散乱の測定

の 3 つを行った。以下、それらの実験手順について述べる。図 11 に、実験室における装置等の配置の様子を示す。

### 4.1 $^{137}\text{Cs}$ のスペクトル測定

以下の手順で、 $^{137}\text{Cs}$  のスペクトルを測定した。

1. 検出器電源 (図 6(d))、検出器用高圧電源 (図 6(c))、MCA (図 6(e))、シンクロスコープ (図 6(f))、コンピュータ (図 6(g)) の電源を入れた。

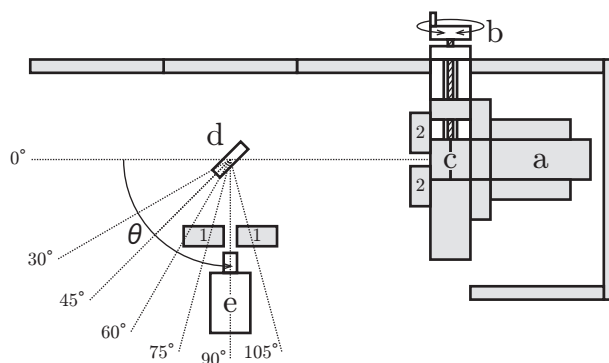


図 11: 実験室における装置等の配置の様子。(a)  $\gamma$  線源、(b) シャッターのハンドル、(c) シャッター、(d) 銅散乱体、(e) 検出器である。

2. 検出器用高圧電源の電圧を 600[V] に設定した。
3. 検出器 (図 11(e)) を  $\gamma$  線源 (図 11(a)) から距離 50[cm]、散乱角  $\theta = 0[^\circ]$  の位置に配置し、検出器の手前に、2 つの鉛ブロック (図 11(1)) をその間隔が 3[cm] 程度になるように配置した。
4. ハンドル (図 11(b)) を回してシャッター (図 11(c)) を開き、 $\gamma$  線の検出をシンクロスコープの画面上で確認した。
5. シンクロスコープの電圧調節つまみや掃引調節つまみを用いて、電圧パルスの表示サイズを調節し、電圧パルスの最大値が 5[V] を超えていないか確認した。
6. コンピュータ上で hemca のオンラインアプリケーションを起動した。
7. 測定時間 (STOP PRESET) を 250[sec] に設定し、RANGE ボタンをクリックして、縦軸オートレンジをオンにした後、START ボタンをクリックして、 $^{137}\text{Cs}$  のエネルギースペクトルを測定した。
8. SAVE ボタンをクリックして、測定したスペクトルのデータを保存した。

## 4.2 エネルギー較正

以下の手順で、MCA のチャンネル [ch] をエネルギー [keV] に較正した。

1. 第 4.1 節と同様の手順で、 $^{137}\text{Cs}$  のスペクトルを測定した。ただし、測定時間は 300[sec] とした。第 1 回目の実験では、2 つの鉛ブロックを検出器の手前 (図 11(1)) に配置し、第 2 回目の実験では、2 つの鉛ブロックを  $\gamma$  線源の手前 (図 11(2)) に配置した。
2. ハンドル (図 11(b)) を回してシャッター (図 11(c)) を閉じ、 $^{226}\text{Ra}$  を検出器 (図 11(e)) の前に配置した。
3. 1 と同様の手順で、 $^{226}\text{Ra}$  のスペクトルを測定した。ただし、測定時間は 1000[sec] とした。
4. hemca のオフラインアプリケーションを起動し、1 で得た  $^{137}\text{Cs}$  のスペクトルを表示した。
5. RANGE ボタンをクリックして、縦軸オートレンジをオフにした後、フォトピークが見えるように縦軸の表示範囲を調整した。

6. SMOOTH ボタンをクリックして、スペクトルをスムージングした。
7. カーソルマークをドラッグして、フォトピークの中心に合わせ、ピークのチャンネル(CURSOR CHANNEL)を読み取った。
8.  $^{226}\text{Ra}$  についても、4、5、6、7と同様の手順で、各ピークのチャンネルを読み取った。
9. 7、8で得られたチャンネルと、 $^{137}\text{Cs}$ 、 $^{226}\text{Ra}$ の各ピークのエネルギーのデータを用いて、校正曲線を作成した。

### 4.3 コンプトン散乱の測定

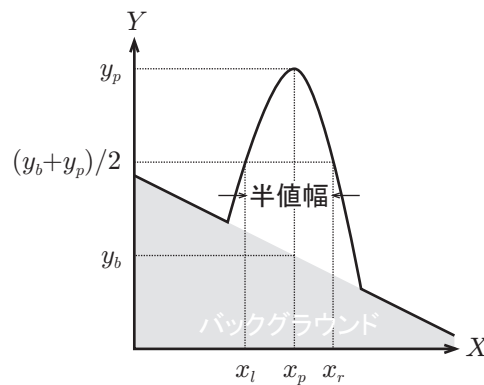


図 12: 半値幅。

以下の手順で、コンプトン散乱を測定した。

1. 第 4.1 節と同様の手順で、散乱角  $\theta = 0[^\circ]$  における  $^{137}\text{Cs}$  のスペクトルを測定した。ただし、第 1 回目の実験では、2 つの鉛ブロックを検出器の手前(図 11(1))に配置し、第 2 回目の実験では、2 つの鉛ブロックを  $\gamma$  線源の手前(図 11(2))に配置した。
2. 散乱角  $\theta = 30[^\circ]$  についても、1 と同様にスペクトルを測定した。
3.  $\gamma$  線源(図 11(a))と検出器(図 11(e))の間に銅散乱体(図 11(d))を配置し、1 と同様の手順でスペクトルを測定した。ただし、測定時間は 500[sec] とした。銅散乱体は、その面が散乱角  $\theta$  を二等分するように配置し、入射  $\gamma$  線と散乱  $\gamma$  線が銅散乱体内を通過する距離を等しくした。
4. 散乱角  $\theta = 45、60、75、90、105[^\circ]$  についても、2、3 と同様に、銅散乱体(図 11(d))を配置した場合と配置しない場合につき、それぞれのスペクトルを測定した。
5. 得られた各散乱角のスペクトルについて、第 4.2 節と同様の手順で、各ピークのチャンネル(図 12 の  $x_p$ )とパルス数(図 12 の  $y_p$ )(COUNTS)を読み取った。
6. ピークのパルス数  $y_p$  とバックグラウンドのパルス数(図 12 の  $y_b$ )を足し合わせ、その半分のパルス数(図 12 の  $(y_b + y_p)/2$ )を求めた。
7. 各ピークにおいて、6 で求めたパルス数  $(y_b + y_p)/2$  を与えるチャンネル(図 12 の  $x_l、x_r$ )をピークの両端からそれぞれ求め、その差  $x_r - x_l$  により半値幅を得た。

8. カーソルマーカをピークの左端に合わせた後、INTEGRAL ボタンをクリックし、カーソルマーカをピークの右端に合わせた。
9. NET AREA on/off ボタンをクリックし、バックグラウンドのパルス数を差し引いたパルス数 (NET AREA) である積分強度を読み取った。

## 5 結果

実験は合わせて 2 回行った。以下に、それらの結果を示す。

### 5.1 第 1 回目

第 1 回目は、次の 3 つの実験を行った。

1.  $^{137}\text{Cs}$  のスペクトル測定
2. エネルギー較正
3. コンプトン散乱の測定

#### 5.1.1 $^{137}\text{Cs}$ のスペクトル測定

図 13 に、 $^{137}\text{Cs}$  のエネルギースペクトルの様子を示す。ここで、横軸は CHANNEL[ch]、縦軸は COUNTS、黒い点は測定値である。

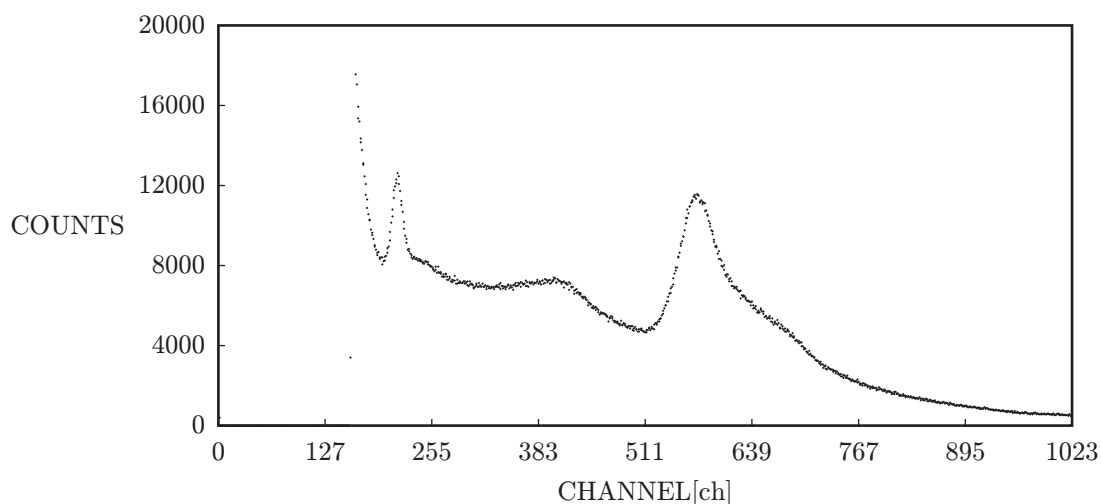


図 13:  $^{137}\text{Cs}$  のエネルギースペクトルの様子。横軸は CHANNEL[ch]、縦軸は COUNTS、黒い点は測定値である。

図 13 から、 $^{137}\text{Cs}$  のエネルギーのスペクトルは、200ch 付近と 600ch 付近にピークを持ち、400ch 付近からなだらかに減少するカーブを持つ (400ch 付近にエッジを持つ) ことが分かる。これらのピークやエッジの解析は、考察において行う。

### 5.1.2 エネルギー較正

表 1 に、 $^{137}\text{Cs}$ 、 $^{226}\text{Ra}$  の各ピークのチャンネル  $E'_{ch}[\text{ch}]$  の測定結果と、各ピークのエネルギー  $E'_{keV}[\text{keV}]$  のデータ<sup>[1]</sup>を示す。

表 1:  $^{137}\text{Cs}$ 、 $^{226}\text{Ra}$  の各ピークのチャンネル  $E'_{ch}[\text{ch}]$  の測定結果と、各ピークのエネルギー  $E'_{keV}[\text{keV}]$  のデータ。

| $\gamma$ 線源                  | $^{226}\text{Ra}$ |     |     |     |     | $^{137}\text{Cs}$ |
|------------------------------|-------------------|-----|-----|-----|-----|-------------------|
| チャンネル $E'_{ch}[\text{ch}]$   | 232               | 268 | 303 | 342 | 523 | 561               |
| エネルギー $E'_{keV}[\text{keV}]$ | 187               | 242 | 295 | 352 | 609 | 662               |

図 14 に、表 1 を元に作成した、チャンネル  $E'_{ch}[\text{ch}]$  とエネルギー  $E'_{keV}[\text{keV}]$  の較正曲線を示す。ここで、横軸をチャンネル  $E'_{ch}[\text{ch}]$ 、縦軸をエネルギー  $E'_{keV}[\text{keV}]$  とした。黒い点は測定値、赤い直線は最小二乗法による測定値の回帰直線、

$$E'_{keV} = 1.44E'_{ch} - 143 \quad (20)$$

である。ここで、残差の二乗和は 31.6 である。図 14 から分かるように、 $E'_{ch}$  と  $E'_{keV}$  は線形な関係にある。

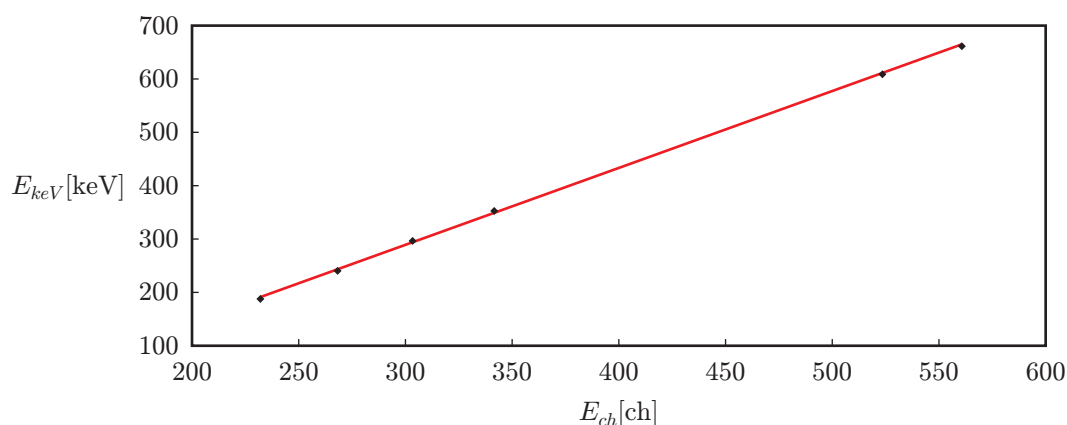


図 14: チャンネル  $E_{ch}[\text{ch}]$  とエネルギー  $E_{keV}[\text{keV}]$  の較正曲線。横軸をチャンネル  $E_{ch}[\text{ch}]$ 、縦軸をエネルギー  $E_{keV}[\text{keV}]$  とした。黒い点は測定値、赤い直線は最小二乗法による測定値の回帰直線である。

### 5.1.3 コンプトン散乱の測定

図 15 に、散乱角  $\theta = 30^\circ$  において、(a) 銅散乱体がある場合と (b) ない場合のスペクトルの様子を示す。図 15(b) は、バックグラウンドの様子を表している。図 15(a) と図 15(b) との比較から、フォトピーク付近では、バックグラウンドはほとんど無視できると考えられる。そこで、以下では、銅散乱体がある場合のスペクトルのみを用いた測定結果を示す。なお、以下の測定結果に対する解析は、全て考察において行う。

#### (a) エネルギーの散乱角度依存性

表 2 に、各散乱角  $\theta[^\circ]$  におけるフォトピークのエネルギー  $E'[\text{keV}]$  の測定結果を示す。ここで、エネルギーの較正に、第 5.1.2 節で求めた較正直線を用いた。

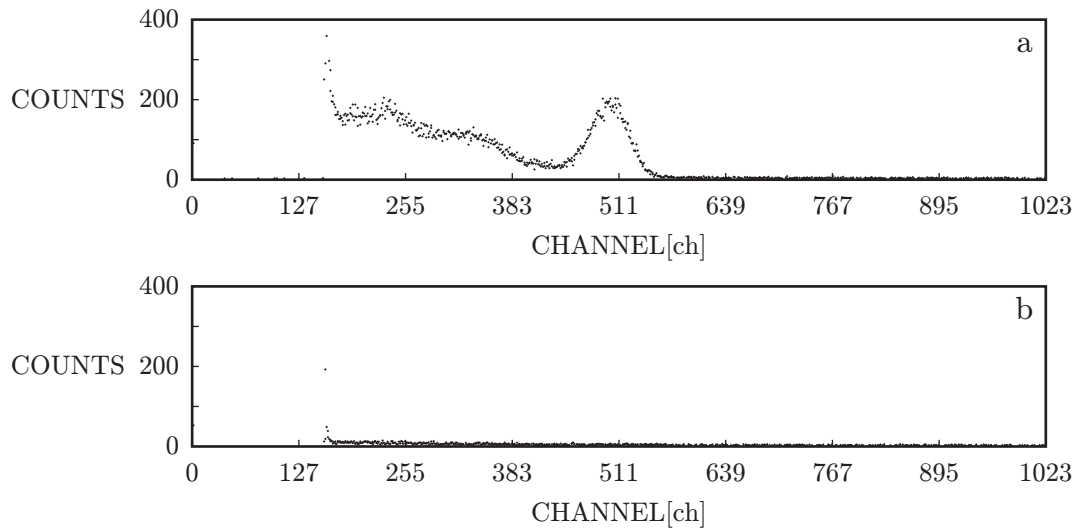


図 15: 散乱角  $\theta = 30^\circ$  におけるエネルギースペクトルの様子。(a) 銅散乱体がある場合と (b) ない場合。横軸を CHANNEL[ch]、縦軸を COUNTS とした。黒い点は測定値である。

表 2: 各散乱角  $\theta[^\circ]$  におけるフォトピークのエネルギー  $E'[\text{keV}]$  の測定結果。エネルギーの較正には、第 5.1.2 節で求めた較正直線を用いた。

| 散乱角 $\theta[^\circ]$ | 0   | 30  | 45  | 60  | 75  | 90  | 105 |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $E'[\text{ch}]$      | 561 | 498 | 450 | 369 | 328 | 292 | 273 |
| $E'[\text{keV}]$     | 664 | 573 | 504 | 388 | 329 | 277 | 250 |

図 16 に、表 2 を用いた、各散乱角  $\theta$  [°] における散乱  $\gamma$  線のエネルギー  $E'$  [keV] の様子を示す。ここで、横軸を散乱角  $\theta$  [°]、縦軸をエネルギー  $E'$  [keV] とした。黒い点は測定値、青い曲線は第 2.2 節で得た式 (15) による  $E'$  [keV] の理論値である。

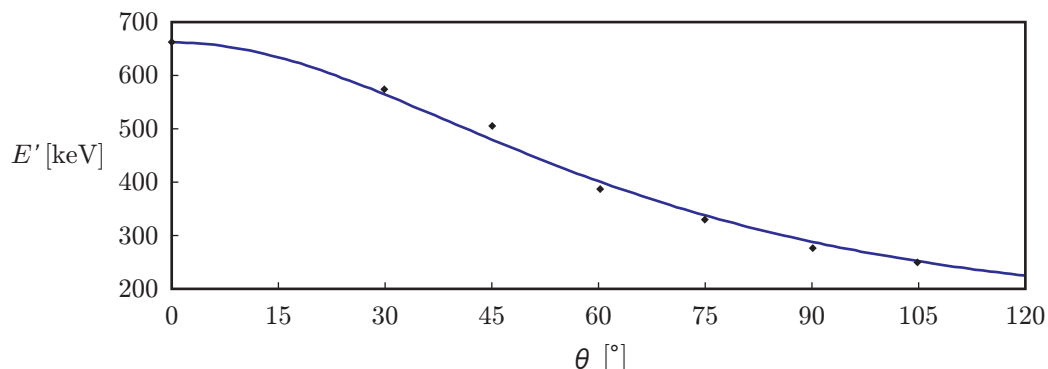


図 16: 各散乱角  $\theta$  [°] における散乱  $\gamma$  線のエネルギー  $E'$  [keV] の様子。横軸を散乱角  $\theta$  [°]、縦軸をエネルギー  $E'$  [keV] とした。黒い点は測定値、青い曲線は第 2.2 節で得た式 (15) による  $E'$  [keV] の理論値である。

図 16 から、測定値は理論値とほぼ一致しているように見える。

#### (b) フォトピークの半値幅とエネルギーとの関係

表 3 に、エネルギー  $E'$  [keV] に対する半値幅  $w$  の測定結果を示す。

表 3: エネルギー  $E'$  [keV] に対する半値幅  $w$  の測定結果。

|            |     |     |     |     |     |     |     |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $E'$ [keV] | 664 | 573 | 504 | 388 | 329 | 277 | 250 |
| 半値幅 $w$    | 45  | 50  | 65  | 38  | 34  | 32  | 26  |

#### (c) 散乱角とフォトピークの積分強度との関係

表 4 に、散乱角  $\theta$  [°] に対するフォトピークの積分強度  $I$  の測定結果を示す。

表 4: 散乱角  $\theta$  [°] に対するフォトピークの積分強度  $I$  の測定結果。

|                  |      |      |      |      |      |      |
|------------------|------|------|------|------|------|------|
| 散乱角 $\theta$ [°] | 30   | 45   | 60   | 75   | 90   | 105  |
| 積分強度 $I$         | 8986 | 3962 | 4057 | 3315 | 2799 | 2914 |

## 5.2 第 2 回目

第 2 回目は、次の 2 つの実験を行った。

1. エネルギー較正
2. コンプトン散乱の測定

### 5.2.1 エネルギー較正

表 5 に、 $^{137}\text{Cs}$ 、 $^{226}\text{Ra}$  の各ピークのチャンネル  $E'_{ch}$  [ch] の測定結果と、各ピークのエネルギー  $E'_{keV}$  [keV] のデータ<sup>[1]</sup>を示す。

表 5:  $^{137}\text{Cs}$ 、 $^{226}\text{Ra}$  の各ピークのチャンネル  $E'_{ch}$  [ch] の測定結果と、各ピークのエネルギー  $E'_{keV}$  [keV] のデータ。

| $\gamma$ 線源            | $^{226}\text{Ra}$ |     |     |     |     | $^{137}\text{Cs}$ |
|------------------------|-------------------|-----|-----|-----|-----|-------------------|
| チャンネル $E'_{ch}$ [ch]   | 238               | 277 | 316 | 355 | 541 | 590               |
| エネルギー $E'_{keV}$ [keV] | 187               | 242 | 295 | 352 | 609 | 662               |

図 17 に、表 5 を元で作成した、チャンネル  $E'_{ch}$  [ch] とエネルギー  $E'_{keV}$  [keV] の較正曲線を示す。ここで、横軸をチャンネル  $E'_{ch}$  [ch]、縦軸をエネルギー  $E'_{keV}$  [keV] とした。黒い点は測定値、赤い直線は最小二乗法による測定値の回帰直線、

$$E'_{keV} = 1.36E'_{ch} - 135 \quad (21)$$

である。ここで、残差の二乗和は 111 である。

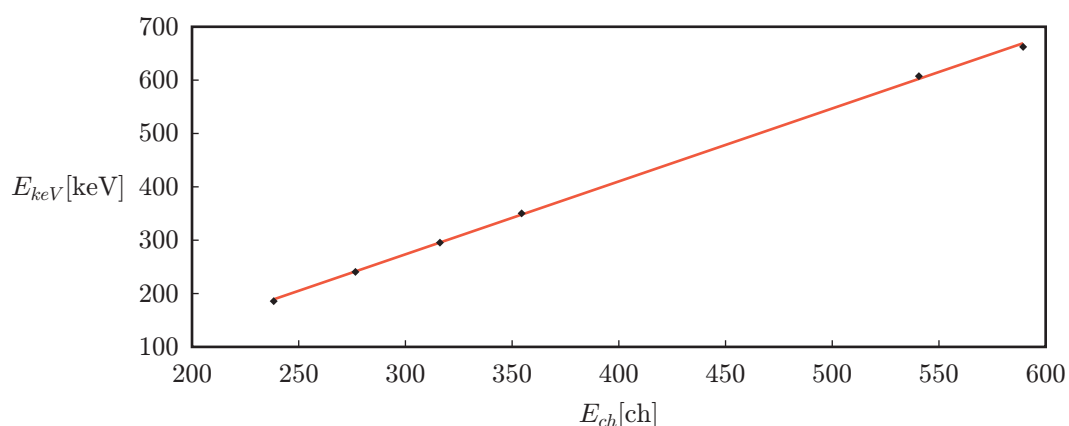


図 17: チャンネル  $E_{ch}$  [ch] とエネルギー  $E_{keV}$  [keV] の較正曲線。横軸をチャンネル  $E_{ch}$  [ch]、縦軸をエネルギー  $E_{keV}$  [keV] とした。黒い点は測定値、赤い直線は最小二乗法による測定値の回帰直線である。

### 5.2.2 コンプトン散乱の測定

以下の測定結果に対する解析は、全て考察において行う。

#### (a) エネルギーの散乱角度依存性

表 6 に、各散乱角  $\theta$  [°] におけるフォトピークのエネルギー  $E'$  [keV] の測定結果を示す。ここで、エネルギーの較正に、第 5.2.1 節で求めた較正直線を用いた。

図 18 に、表 6 を用いた、各散乱角  $\theta$  [°] における散乱  $\gamma$  線のエネルギー  $E'$  [keV] の様子を示す。ここで、横軸を散乱角  $\theta$  [°]、縦軸をエネルギー  $E'$  [keV] とした。黒い点は測定値、青い曲線は第 2.2 節で得た式 (15) による  $E'$  [keV] の理論値である。



表 6: 各散乱角  $\theta$  [°] におけるフォトピークのエネルギー  $E'$  [keV] の測定結果。エネルギーの較正には、第 5.2.1 節で求めた較正直線を用いた。

| 散乱角 $\theta$ [°] | 0   | 30  | 45  | 60  | 75  | 90  | 105 |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $E'$ [ch]        | 590 | 527 | 458 | 401 | 353 | 310 | 282 |
| $E'$ [keV]       | 669 | 583 | 489 | 411 | 346 | 287 | 249 |

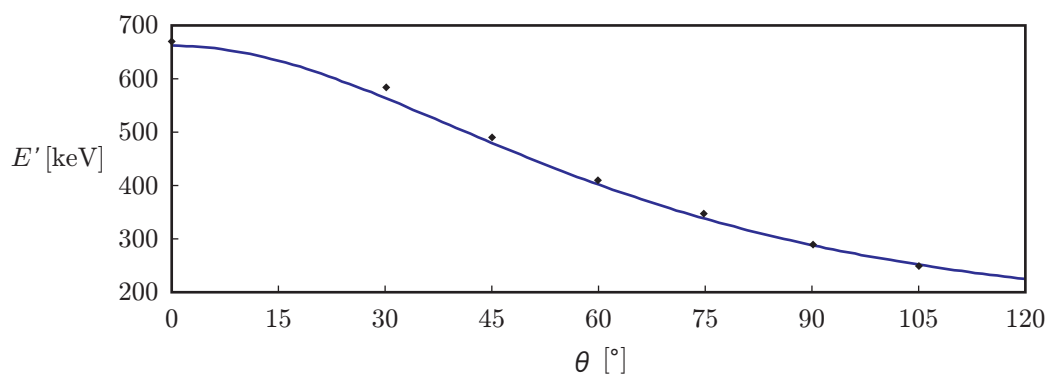


図 18: 各散乱角  $\theta$  [°] における散乱  $\gamma$  線のエネルギー  $E'$  [keV] の様子。横軸を散乱角  $\theta$  [°]、縦軸をエネルギー  $E'$  [keV] とした。黒い点は測定値、青い曲線は第 2.2 節で得た式 (15) による  $E'$  [keV] の理論値である。

図 18 から、測定値は理論値とほぼ一致しているように見える。また、第 1 回目の実験に比べて、測定値と理論値のずれが小さくなっていることが分かる。

#### (b) フォトピークの半値幅とエネルギーの関係

表 7 に、エネルギー  $E'$  [keV] に対する半値幅  $w$  の測定結果を示す。

表 7: エネルギー  $E'$  [keV] に対する半値幅  $w$  の測定結果。

|            |     |     |     |     |     |     |     |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $E'$ [keV] | 590 | 527 | 458 | 401 | 353 | 310 | 282 |
| 半値幅 $w$    | 64  | 58  | 54  | 48  | 40  | 36  | 31  |

#### (c) 散乱角とフォトピークの積分強度の関係

表 8 に、散乱角  $\theta$  [°] に対するフォトピークの積分強度  $I$  の測定結果を示す。

## 6 考察

### 6.1 $^{137}\text{Cs}$ のスペクトル測定

フォトピークやコンプトンエッジが生じるメカニズムを考える。NaI(Tl) シンチレーション検出器において、NaI(Tl) シンチレータに入った  $\gamma$  線は、光電効果やコンプトン効果により、電子にエネルギーを与える。光電効果の場合、 $\gamma$  線のエネルギー  $E = 662$  [keV] は全て電子に吸収されるため、662 [keV] 付近にピーク

表 8: 散乱角  $\theta[^\circ]$  に対するフォトピークの積分強度  $I$  の測定結果。

| 散乱角 $\theta[^\circ]$ | 30   | 45   | 60   | 75   | 90   | 105  |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|
| 積分強度 $I$             | 6884 | 3973 | 2690 | 2706 | 3008 | 3101 |

ク (フォトピーク) が生じると考えられる。コンプトン効果の場合、 $\gamma$  線のエネルギー  $E = 662[\text{keV}]$  の一部が電子に吸収される。エネルギー保存則から、コンプトン効果により散乱後の電子に最も多くのエネルギーが与えられるのは、散乱後の  $\gamma$  線が持つエネルギー  $E'$  が最小となるときである。式 (15) より、 $E'$  が最小となるのは、 $\theta = 180[^\circ]$  のときであるので、

$$E' = \frac{E}{1 + 2\frac{E}{m_e c^2}} \sim 184[\text{keV}] \quad (22)$$

となる。これより、 $\gamma$  線が電子に与えるエネルギー  $E_\gamma = E - E'$  の最大値は、

$$E_\gamma = E - E' \sim 478[\text{keV}] \quad (23)$$

となる。コンプトン効果により電子が得るエネルギーはこれより大きくならないため、エネルギースペクトルは  $E_\gamma$  の最大値を境に減少する。これをコンプトンエッジと呼ぶ。 $^{137}\text{Cs}$  のエネルギー  $E = 662[\text{keV}]$  より、フォトピークに対して  $2/3$  程度の位置に、コンプトンエッジが生じると予想される。よって、図 13 の 600ch 付近のピークはフォトピーク、400ch 付近のエッジはコンプトンエッジであると考えられる。

また、検出器において、 $\gamma$  線が光電面の電子とコンプトン散乱を起こすとき、散乱角  $\theta = 180[^\circ]$  において散乱 (反射) された  $\gamma$  線のエネルギー  $E'$  が、光電効果により電子に全て吸収されたとすると、式 (22) より、 $E' \sim 184[\text{keV}]$  付近にピークが発生する。これを後方散乱ピークと言う。 $^{137}\text{Cs}$  のエネルギー  $E = 662[\text{keV}]$  より、フォトピークに対して、 $1/3$  程度の位置に、後方散乱ピークが生じると予想される。よって、図の 200ch 付近のピークは後方散乱ピークであると考えられる。

## 6.2 コンプトン散乱の測定

### 6.2.1 エネルギーの散乱角度依存性

散乱  $\gamma$  線のエネルギーの理論値を  $E'$ 、測定値を  $\tilde{E}'$  とし、理論値に対する測定値の誤差  $d$  を、

$$d = \frac{\tilde{E}' - E'}{E'} \quad (24)$$

と表すことにする。表 9、表 10 に、第 1 回目、第 2 回目の実験における、各散乱角  $\theta[^\circ]$  ごとの誤差  $d[\%]$  をそれぞれ示す。

表 9: 第 1 回目の実験における、各散乱角  $\theta[^\circ]$  ごとの誤差  $d[\%]$ 。

| 散乱角 $\theta[^\circ]$ | 0    | 30  | 45  | 60   | 75   | 90   | 105   |
|----------------------|------|-----|-----|------|------|------|-------|
| 誤差 $d[\%]$           | 0.24 | 1.6 | 5.0 | -3.5 | -2.7 | -4.0 | -0.82 |

まず、誤差  $d$  が、散乱角  $\theta_0$  の位置に検出器を設置したときの、ずれ  $\Delta\theta$  により生じていたとする。 $\Delta\theta$  に対する  $E'$  のずれ  $\Delta E'_\theta = E'(\theta_0 + \Delta\theta) - E'(\theta_0)$  は、

$$\Delta E'_\theta \sim \frac{\partial E'(\theta_0)}{\partial \theta} \Delta\theta = -\frac{\frac{E^2}{m_e c^2} \sin \theta_0}{\left\{1 + \frac{E}{m_e c^2}(1 - \cos \theta_0)\right\}^2} \Delta\theta \quad (25)$$

表 10: 第 2 回目の実験における、各散乱角  $\theta[^\circ]$  ごとの誤差  $d[\%]$ 。

| 散乱角 $\theta[^\circ]$ | 0   | 30  | 45  | 60  | 75  | 90    | 105   |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-------|
| 誤差 $d[\%]$           | 1.0 | 3.4 | 2.0 | 2.5 | 2.5 | -0.23 | -0.82 |

となる。よって、 $\Delta E'_\theta/E'$  は、

$$\frac{\Delta E'_\theta}{E'} = -\frac{\frac{E}{m_e c^2} \sin \theta_0}{\left\{1 + \frac{E}{m_e c^2} (1 - \cos \theta_0)\right\}} \Delta \theta \quad (26)$$

となる。

次に、誤差  $d$  が、フォトピークのエネルギー  $E'$  のチャンネル  $E'_{ch0}$  を読み取ったときの、読み取り誤差  $\Delta E'_{ch}$  により生じていたとする。

$\Delta E'_{ch}$  に対する  $E'$  のずれ  $\Delta E'_{E'_{ch}} = E'(E'_{ch0} + \Delta E'_{ch}) - E'(E'_{ch0})$  は、

$$\Delta E'_{E'_{ch}} \sim \frac{\partial E'(E'_{ch0})}{\partial E'_{ch}} \Delta E'_{ch} = a \Delta E'_{ch} \quad (27)$$

となる。ここで、 $a$  はエネルギー較正直線 (図 14、図 17) の傾きである。 $\Delta E'_{E'_{ch}}/E'$  は、

$$\frac{\Delta E'_{E'_{ch}}}{E'} = \frac{a}{E'} \Delta E'_{ch} \quad (28)$$

となる。

$$\Delta E' = \frac{\Delta E'_\theta + \Delta E'_{E'_{ch}}}{E'} \quad (29)$$

として、図 19 に、散乱角  $\theta[^\circ]$  に対する  $\Delta E'[\%]$ 、 $2\Delta E'[\%]$  と誤差  $d[\%]$  ((a) 第 1 回目、(b) 第 2 回目) の様子を示す。ここで、(a) は、 $\Delta \theta = \pm 2[^\circ]$ 、 $\Delta E'_{ch} = \pm 1[\text{ch}]$  とし、(b) は、 $\Delta \theta = \pm 1.5[^\circ]$ 、 $\Delta E'_{ch} = \pm 3[\text{ch}]$  とした。横軸は散乱角  $\theta[^\circ]$ 、縦軸は誤差  $d[\%]$  であり、黒い点は誤差  $d[\%]$ 、青い曲線は  $\Delta E'[\%]$ 、赤い曲線は  $2\Delta E'[\%]$  である。

図 19(a)、(b) から、誤差  $d$  は  $\Delta E'$ 、 $2\Delta E'$  より小さい値を取ることが分かる。よって、1 回目の実験において、 $\Delta \theta = \pm 2[^\circ]$ 、 $\Delta E'_{ch} = \pm 1[\text{ch}]$  程度であり、2 回目の実験において、 $\Delta \theta = \pm 1.5[^\circ]$ 、 $\Delta E'_{ch} = \pm 3[\text{ch}]$  程度であれば、誤差  $d$  は十分おさえることができ、測定値は良好であると考えられる。

### 6.2.2 フォトピークの半値幅とエネルギーの関係

フォトピークは、NaI(Tl) シンチレータ内において、入射  $\gamma$  線のエネルギーが全て電子に吸収されることにより生じる。 $\gamma$  線からエネルギーを得た電子は運動エネルギーを持って原子軌道から飛び出し、他の電子との衝突を繰り返す。このとき、軌道上を運動する電子は量子力学に従うため、衝突の割合は確率的になる。このような場合、エネルギーの分布がポアソン分布に従うことが知られている [7]。フォトピークの中心のエネルギーを  $\langle E' \rangle$  とすると、 $\langle E' \rangle$  が十分大きいとき、ポアソン分布は、平均値  $\langle E' \rangle$ 、標準偏差  $\sqrt{\langle E' \rangle}$  のガウス分布により近似できる [8] ため、確率密度分布  $P(E')$  は、

$$P(E') = \frac{1}{\sqrt{2\pi\langle E' \rangle}} \exp\left(-\frac{(E' - \langle E' \rangle)^2}{2\langle E' \rangle}\right) \quad (30)$$

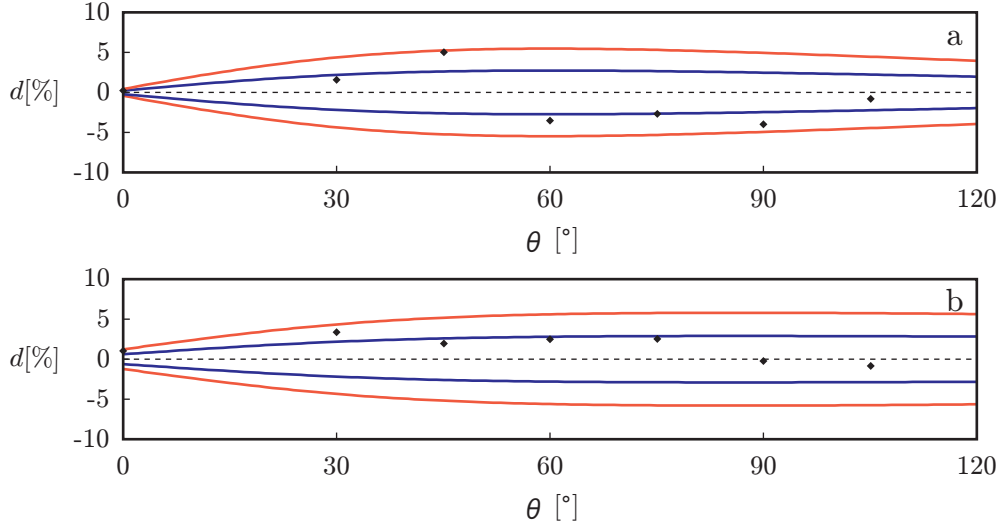


図 19: 散乱角  $\theta$  [°] に対する  $\Delta E'$  [%]、 $2\Delta E'$  [%] と誤差  $d$  [%] ( (a) 第 1 回目、(b) 第 2 回目 ) の様子。 (a)  $\Delta\theta = \pm 2$  [°]、 $\Delta E'_{ch} = \pm 1$  [ch] のとき、(b)  $\Delta\theta = \pm 1.5$  [°]、 $\Delta E'_{ch} = \pm 3$  [ch] のとき。横軸は散乱角  $\theta$  [°]、縦軸は誤差  $d$  [%] である。黒い点は誤差  $d$  [%]、青い曲線は  $\Delta E'$  [%]、赤い曲線は  $2\Delta E'$  [%] である。

と表される。このとき、 $P(E')$  の半値幅を求めたい。フォトピークの中心における確率密度  $P(\langle E' \rangle)$  は、

$$P(\langle E' \rangle) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\langle E' \rangle} \quad (31)$$

であるので、 $E' = \langle E' \rangle + \frac{w}{2}$  のとき、半値幅  $w$  は、

$$P\left(\langle E' \rangle + \frac{w}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\langle E' \rangle} \exp^{-\frac{w^2}{8\langle E' \rangle}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\langle E' \rangle} \quad (32)$$

を満たす。式 (32) を解いて、

$$w = 2\sqrt{(2\ln 2)\langle E' \rangle} \sim 2.35\langle E' \rangle^{0.5} \quad (33)$$

を得る。よって、フォトピークの半値幅  $w$  はエネルギー  $\langle E' \rangle$  と式 (33) の関係で結ばれると考えられる。図 20 に、表 7 を用いた、フォトピークの中心のエネルギー  $\langle E' \rangle$  [keV] に対する半値幅  $w$  の様子を示す。ここで、横軸をエネルギー  $\langle E' \rangle$  [keV]、縦軸を半値幅  $w$  とした。黒い点は測定値、赤い曲線は測定値の回帰曲線であり、青い曲線は式 (33) による理論値である。

図 20 から、 $\langle E' \rangle$  の値が大きいところでは、測定値と理論値がおおよそ一致しているように見える。これは、 $\langle E' \rangle$  が大きいことにより、ポアソン分布がガウス分布でよく近似できるためではないかと考えられる。実際、 $\langle E' \rangle$  が大きい方の 4 点を用いて回帰曲線を求めると、

$$w = 1.56\langle E' \rangle^{0.570} \quad (34)$$

となり、式 (33) とまずまず一致する。ここで、残差  $\Delta_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) の二乗和は、

$$\sum_{i=1}^4 \Delta_i^2 = 1.49 \quad (35)$$

である。

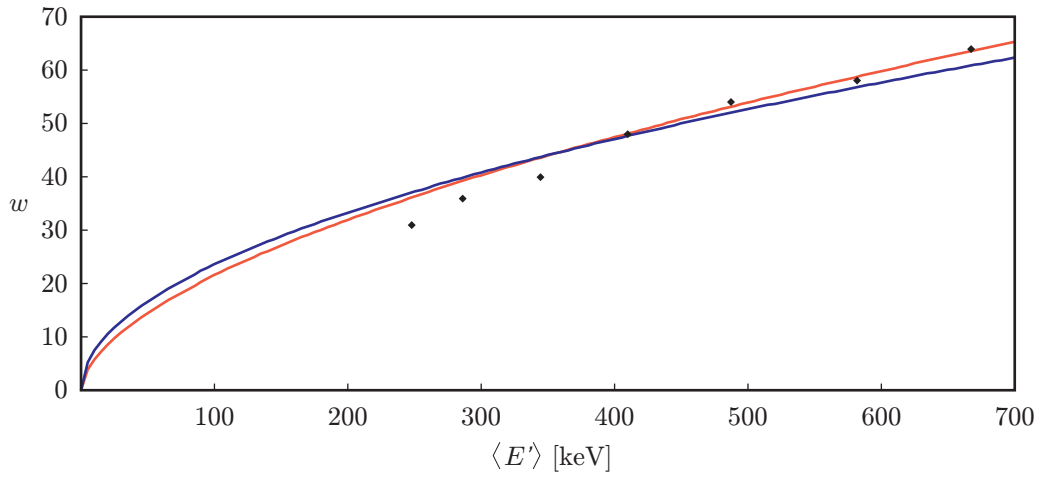


図 20: フォトピークのエネルギー  $\langle E' \rangle$  [keV] に対する半値幅  $w$  の様子。横軸をエネルギー  $\langle E' \rangle$  [keV]、縦軸を半値幅  $w$  とした。黒い点は測定値、赤い曲線は測定値の回帰曲線であり、青い曲線は式 (33) による理論値である。

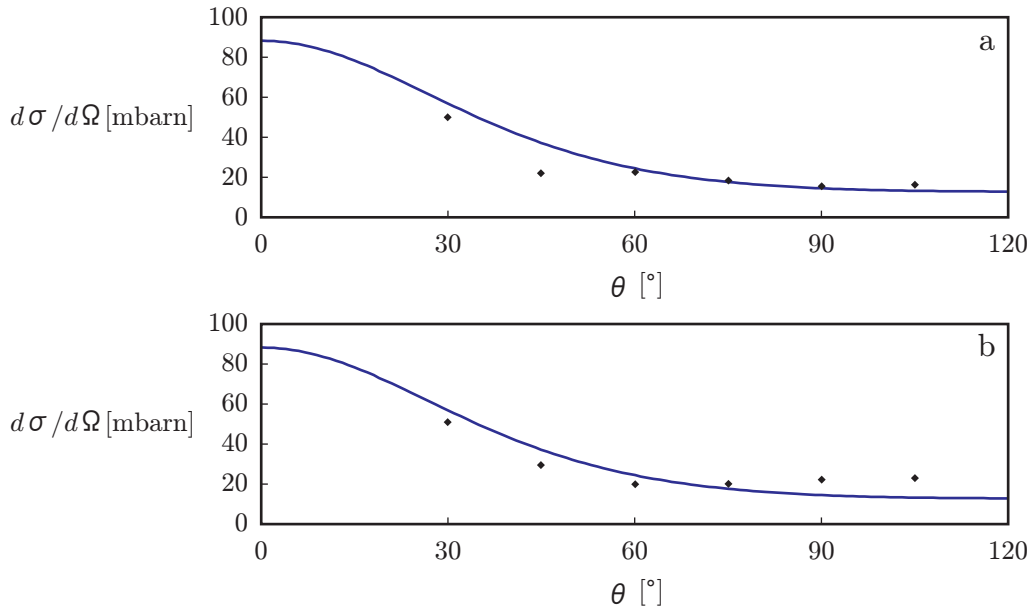


図 21: 各散乱角  $\theta$  [°] における積分強度  $I$  の様子。(a) 表 4、(b) 表 8 の測定値を用いた。横軸を散乱角  $\theta$  [°]、縦軸を微分散乱断面積  $d\sigma/d\Omega$  [mbarn] とした。黒い点は測定値 ( (a) 測定値の  $1/200$ 、(b) 測定値の  $1/150$  )、青い曲線は式 (17) による理論値である。

### 6.2.3 散乱角とフォトピークの積分強度の関係

フォトピークの積分強度  $I$  は、散乱  $\gamma$  線の検出器への入力数に対応する。このとき、各散乱角  $\theta$  における積分強度  $I$  は、各散乱角  $\theta$  ごとの散乱強度に対応すると考えられる。散乱強度（微分散乱断面積）は、クライン=仁科の式（第 2.2 節の式 (17)）により与えられる。図 21 に、各散乱角  $\theta$  [°] における積分強度  $I$  の様子を示す。ここで、(a) には表 4、(b) には表 8 の測定値を用いた。横軸は散乱角  $\theta$  [°]、縦軸は微分散乱断面積  $d\sigma/d\Omega$  [mbarn] である。黒い点は測定値（(a) 測定値の 1/200、(b) 測定値の 1/150）、青い曲線は式 (17) による理論値である。図 21 から、測定値はおおよそ理論値と一致していることが分かる。

## 参考文献

- [1] 河野能知著, "Compton 効果 物理学実験プリント" (2014).
- [2] Wikipedia, "コンプトン効果", Wikipedia (2014), accessed 19-May-2014.
- [3] 鎌田裕之著, "コンプトン散乱", <http://www.mns.kyutech.ac.jp/kamada/compton.pdf> (2007).
- [4] 高橋忠幸, 武田伸一郎, 渡辺伸著, "コンプトンカメラで放射性物質の飛散状況を可視化する", 日本物理学会誌 Vol. 68, No. 6 (2013).
- [5] Wikipedia, "ガンマ線", Wikipedia (2014), accessed 19-May-2014.
- [6] Wikipedia, "クライン = 仁科の公式", Wikipedia (2013), accessed 19-May-2014.
- [7] 河野能知, 私信 (2014).
- [8] Wikipedia, "ポアソン分布", Wikipedia (2014), accessed 26-May-2014.